Università degli Studi dell'Aquila - Corsi di ECONOMIA
Cattedra di Matematica Generale
Docente: Prof.ssa C. Barracchini aa. 2013-2014
Secondo Appello scritto 27 – 01 - 2014

Soluzione

Esercizio 1 (punti 4)

Dire per quali k reali i vettori di S sono linearmente indipendenti e quali k sono dipendenti, in questo ultimo caso esprimere uno di essi come combinazione lineare degli altri

$S=\{(1,0,-2,0)(0,2,-1,-1)(2,-k,0,4)\}$

SOLUZIONE

I vettori di S risultano avere rango $p=\begin{cases}2 & k=8 \quad Lin.Dip. \\ 3 & k\neq 8 \quad Lin.Indip.\end{cases}$ per k=8 risulta (2,-8,0,4)=2(1,0,-2,0)+4(0,2,-1,-1)

Esercizio 2 (punti 3)

Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k+1}{k^2}$

SOLUZIONE

Carattere serie, con criterio rapporto non si decide, con il confronto si:

$\sum_k \frac{k+1}{k^2}$: *scrivo* $\frac{k+1}{k^2}=\frac{k}{k^2}+\frac{1}{k^2}=\frac{1}{k}+\frac{1}{k^2}>\frac{1}{k}$ quindi la serie diverge positivamente

Esercizio 3 (punti 6)

Calcolare massimo e minimo vincolati della seguente funzione $f(x,y)=x^2+3xy-5y^2$ con vincolo $g(x)=2x+3y-6$

SOLUZIONE

La funzione $f(x,y)=x^2+3xy-5y^2$ con vincolo lineare $2x+3y-6=0$ ha max vincolato $P(3,0,-3)$

Esercizio 4 (punti 3)

Calcolare il seguente integrale $\int_2^3\left(\frac{4x-3}{2x^2-3x}\right)dx$

SOLUZIONE

Il calcolo dell'integrale immediato: $\lg(2x^2-3x)\Big|_2^3=\lg 9-\lg 2=\lg\frac{9}{2}$

Esercizio 5 (punti 6)

Trovare le soluzioni, al variare del parametro k reale, del seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases}4x-6y=-2 \\ -2x+ky=1 \\ 6x-9y=-k\end{cases}$$

SOLUZIONE

Rango matrice incompleta $p_A = \begin{cases} 1 & k=3 \\ 2 & k \neq 3 \end{cases}$ rango matrice completa $p_B = \begin{cases} 1 & k=3 \\ 3 & k \neq 3 \end{cases}$ quindi per $k \neq 3$ il sisterma è incompatibile, per $k=3$ il sistema ammette ∞^1 soluzioni

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\alpha \\ y = \alpha \quad \alpha \in R \end{cases}$$

Esercizio 6 (punti 6)

Studiare continuità e derivabilità della seguente funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & 0 \le x \le 1 \\ -\frac{x^2}{2} + 2x - 1 & 1 < x \le 2 \end{cases}$

SOLUZIONE

Continuità: la funzione data risulta in x=1 continua a sinistra con $f(1) = \frac{1}{2}$, poichè $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \left(-\frac{x^2}{2} + 2x - 1 \right) = \frac{1}{2}$ la funzione risulta continua nel punto x=1.

Derivabilità: $f'(x) = \begin{cases} x & 0 \le x < 1 \\ -x+2 & 1 < x \le 2 \end{cases}$ poichè $\lim_{x \to 1^-} f'(x) = \lim_{x \to 1^-} x = 1$ e $\lim_{x \to 1^+} f'(x) = \lim_{x \to 1^+} (-x+2) = 1$ la funzione data è derivabile in x=1 e si ha $f'(1) = 1$;

NB la derivata seconda non è defintia per x=1

Esercizio 7 (punti 4) (esercizi Preliminari al compito)

7.1 Scrivere equazione della retta passante per il punto (5,1) e perpendicolare alla retta di equazione $2x - 3y - 4 = 0$

7.2 Delle seguenti relazioni, indicare quella/e errata/e:

a) $(ab)^{a+b} = a^a b^b$; b) $\lg\left(a^x b^y\right) = xy(\lg a + \lg b)$; c) $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$; d) $\lg \sqrt{x^2} = \frac{1}{2} \lg x^2$

SOLUZIONE

7.1 $y = -\frac{3}{2} x + \frac{17}{2}$

7.2 le errate sono a) e b)