

Soluzione

Esercizio 1 (punti 5)

La caratteristica della matrice, al variare del parametro k , risulta: $p_A = \begin{cases} 1 & k = 1 \\ 3 & k \neq 1 \end{cases}$

Esercizio 2 (punti 3)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 + 5x^2 + 8x}{4x^5 + 7x^4 - 2x} = -4$$

Esercizio 3 (punti 5)

Punti stazionari della funzione $f(x, y) = 2x^2y + x^3 - 3y^2x$ sono $(0, 0)$ e $\left(-\frac{9}{4}, \frac{27}{16}\right)$ che risultano rispettivamente un caso dubbio (in base agli strumenti dati al corso) e un punto di sella

Esercizio 4 (punti 5)

Il calcolo dell'integrale per parti $\int_{-1}^0 \left(1 - \frac{x}{3}\right) e^{2-2x} dx$ si ottiene scegliendo $g(x) = \left(1 - \frac{x}{3}\right)$ e $f'(x) = e^{2-2x}$, la cui primitiva risulta $f(x) = -\frac{1}{2}e^{2-2x}$. Il calcolo dell'integrale definito risulta pertanto $-\frac{5}{12}e^2 + e^4$

Esercizio 5 (punti 6)

I vettori $u=(1, 2, k+1)$, $v=(k, -4, 9)$, e $w=(2k, 0, 0)$ costituiscono una base di \mathbb{R}^3 per $k \neq 0, -\frac{11}{2}$. Il vettore $z=(1, 1, 1)$, per il valore del parametro $k=1$, si esprime combinazione lineare degli elementi della base, $(\alpha u + \beta v + \gamma w) = z$ con coefficienti della combinazione: $(\alpha, \beta, \gamma) = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}\right)$.

Esercizio 6 (punti 6)

Data la funzione $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x+9}$: dominio: $x \geq 0$, funzione negativa, interseca asse y in $(0, -3)$, ha tg verticale in zero, Asintoto orizzontale di equazione $y=0$; la derivata prima:

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}{x\sqrt{x(x+9)}} \quad \text{non si annulla} \quad \text{e la derivata seconda} \quad f''(x) = \frac{-\sqrt{(x+9)^3} + \sqrt{x^3}}{4(\sqrt{x(x+9)})^3} \quad \text{non si}$$

annulla. La funzione non ha max, min, flessi

Esercizio 7 (punti 4) (esercizi Preliminari al compito)

- Soluzione della seguente equazione irrazionale: $\sqrt{x^2 - 16} = 3$: si elevano al quadrato entrambi i membri dell'equazione: $x^2 - 16 = 9$, $x^2 = 25$ da cui $x = \pm 5$
- Il quoziente e il resto della divisione tra $P(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ e $D(x) = x^2 - x + 1$ sono rispettivamente: $x - 1$ e $3x - 2$