Università degli Studi dell'Aquila - Corsi di ECONOMIA
Cattedra di Matematica Generale
Docente: Prof.ssa C. Barracchini aa. 2013-2014
Terzo Appello scritto 13 – 02 - 2014

Soluzione

Esercizio 1 (punti 5) La caratteristica di A, per ogni k, è < 3, perche det =0 e quindi non è invertibile neppure per k=1, $p_A = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 2 & k \neq 0 \end{cases}$

Esercizio 2 (punti 6)
La funzione data è omogenea di grado 2:
$$f(tx,ty) = 2(tx)^2 - 6(ty)^2 = 2t^2x^2 - 6t^2y^2 = t^2(2x^2 - 6y^2) = t^2 f(x,y)$$
Funzione $f(x,y) = 2x^2 - 6y^2$ con vincolo $x + 2y = 4$:
con la Lagrangiana: la funzione data risulta avere un punto di minimo vincolato in (-12, 8, 48)

Esercizio 3 (punti 3)
Calcolare il seguente integrale $\int_{-1}^{0} (2-x) \cdot e^{\frac{1-x}{2}} dx$: risolvo per parti:
$$-2e^{\frac{1-x}{2}}(2-x)\Big|_{-1}^{0} - 2\int_{-1}^{0} e^{\frac{1-x}{2}} dx = 2e$$

Esercizio 4 (punti 6)
Trovare, al variare del parametro k reale, le soluzioni del seguente sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 3x + z = 0 \\ ky + z = 0 \\ 3x - ky = 0 \end{cases}$$
Det =0 per ogni k, p<3, p=2 per ogni k quindi esistono ∞^1 soluzioni $\left(x = \frac{\alpha}{3}; y = \alpha; z = -\alpha \right)$

Esercizio 5 (punti 6)
La $f(x) = xe^{-x}$ è definita, continua e derivabile in tutto R, non ha asintoti per $x \to -\infty$ infatti $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$: y=0 asintoto orizzontale: la funzione ha derivata $f'(x) = e^{-x}(1-x)$ e ha max rel in (1, 1/e); ha derivata seconda $f''(x) = e^{-x}(x-2)$ e ha un flesso a tangente crescente in $\left(2, \frac{2}{e^2}\right)$

Esercizio 6 (punti 6) (esercizi Preliminari al compito)
Risolvere le seguenti disequazioni

a) $\frac{1}{4}\left(x^2-3\right)-\left(1-\frac{x}{2}\right)^2>0$: sviluppo il quadrato e tolgo parentesi $\frac{x^2}{4}-\frac{3}{4}-1-\frac{x}{4}+x>0$ da cui $x>\frac{3}{4}+1 \to x>\frac{7}{4}$

b) $\lg\sqrt{x+2}\le 2$: condizione di esistenza $\sqrt{x+2}>0 \to x+2>0 \to x>-2$, pertanto la soluzione sarà data da $\begin{cases} x>-2 \\ \lg\sqrt{x+2}\le 2 \end{cases}$ che risolvo trasformando $\begin{cases} x>-2 \\ e^{\lg\sqrt{x+2}}\le e^2 \end{cases}$ da cui $\begin{cases} x>-2 \\ \sqrt{x+2}\le e^2 \end{cases}$ elevo al quandrato entrambi i membri e diventa $\begin{cases} x>-2 \\ x+2\le e^4 \end{cases}$ e quindi $\begin{cases} x>-2 \\ x\le e^4-2 \end{cases}$ oppure $-2<x\le e^4-2$

c) $\frac{1}{2^{2x}}-\frac{4}{2^x}\ge 0$: raccolgo $\frac{1}{2^x}\left(\frac{1}{2^x}-4\right)\ge 0 \leftrightarrow \frac{1}{2^x}\left(\frac{1-4\cdot 2^x}{2^x}\right)\ge 0$ devo studiare solo $1-4\cdot 2^x\ge 0 \to 4\cdot 2^x\le 1 \to 2^x\le\frac{1}{4} \to 2^x\le 2^{-2} \to x\le -2$